Полугодие	**I**
Предмет	**Алгебра**
Класс	**10**

Образовательный минимум для 10 класса по алгебре.

Тригонометрия

Связь тригонометрических функций одного аргумента

1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ 6) $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$ 4) $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 5) $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2) $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ 3) $1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Формулы для аргументов α и -α

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\alpha$$

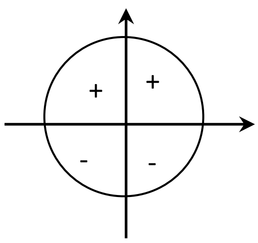
$$ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$$

α	0^0=0рад	$30^0 = \frac{\pi}{6}$	$45^0 = \frac{\pi}{4}$	$60^0 = \frac{\pi}{3}$	$90^0 = \frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–
$ctg\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

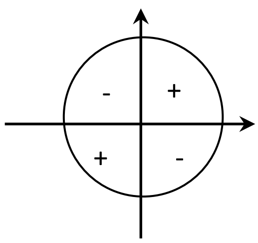
Часто встречающиеся значения

Знаки тригонометрических функций

sin α



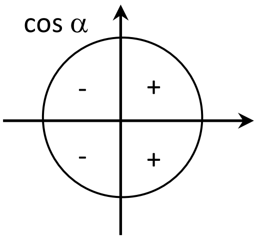
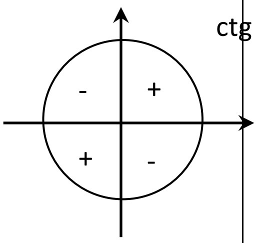
tg α



Формулы приведения

1)В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

2)Если в левой части формулы угол равен $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ или $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс на котангенс и наоборот. Если угол равен $\pi \pm \alpha$ или

cos α  ctg α 	$2\pi \pm \alpha$, то замены не происходит. Примеры: $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$ $\quad$ $\cos(90^0+\alpha)=-\sin\alpha$ $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$ $\quad$ $\text{tg}\ (180^0-\alpha)=-\text{tg}\alpha$

Формулы сложения

sin (α + β) = sin α · cos β + sin β ·cos α

sin (α - β) = sin α · cos β - sin β · cos α

cos (α + β) = cos α · cos β - sin α · sin β

cos (α - β) = cos α · cos β + sin α · sin β

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$

$$tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$$

Формулы понижения степени

$$cos^2\alpha=\frac{1+cos2\alpha}{2} \qquad sin^2\alpha=\frac{1-cos2\alpha}{2}$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

УРАВНЕНИЕ	ФОРМУЛА	ФОРМУЛЫ ДЛЯ а и -а
sin x=a, $-1\le a\le 1$	$x=(-1)^k\arcsin a+\pi k, k\in Z$. $x=\arcsin a+2\pi k,\ k\in Z;$ $x=\pi-\arcsin a+2\pi k,\ k\in Z.$	*arcsin(−a)=−arcsin a* *arccos(−a)= π − arccos a*
cos x=a, $-1\le a\le 1$	$x=\pm\arccos a+2\pi n, n\in Z$.	*arctg(−a)= −arctg a*
*tg x=a, a-*любое		*arcctg(−a)= π − arcctg a*

	$x = arctg\ a + \pi n,\ n \in Z$.	
ctg x=a, a-любое	$x = arcctg\ a + \pi n, n \in Z$.	

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ УРАВНЕНИЙ			
$\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$	$tg\ x = 0$ $x = \pi n, n \in Z$
$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in Z$	$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$ctg\ x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

Примеры

1. Решение простейших тригонометрических уравнений:

   а) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \cos(\pi + t) = 1$; в) $2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$;

   г) $\tan(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$; д) $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$.

2. Найти значение выражения:

   а) $\cos 107 \cos 17 + \sin 107 \sin 17$; б) $\sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$;

   в) $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\alpha = \frac{2}{3}$.

3. Упростить выражение:

   а) $\frac{\sin 40}{\sin 20}$; б) $2\sin 15 \cos 15$; в) $\cos^2 15 - \sin^2 15$;

4. Представить в виде произведения:

   а) $\sin 40 + \sin 16$; б) $\cos\frac{\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{20}$.